

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**

**ADOLF HAIMOVICI**

Etapă locală-februarie 2013

Filiera teoretică: profilul științele naturii

Barem de corectare clasa IX

**1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale următoarele ecuații:**

a)  $7x^2 - 8x + 1 = 0$ .

b)  $7|x|^2 - 8|x| + 1 = 0$ , unde  $|x|$  reprezintă modulul numărului real  $x$ .

c)  $7[x]^2 - 8[x] + 1 = 0$ , unde  $[x]$  reprezintă partea întreagă a numărului real  $x$ .

**Soluție :**

a)  $\Delta = 36$ .....1p

$x_1 = 1$ .....1p

$x_2 = \frac{1}{7}$ .....1p

b) Folosind punctul a) obținem  $|x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ .....1p

$|x| = \frac{1}{7} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{7}$ .....1p

c) Folosind punctul a) obținem  $[x] = 1 \Rightarrow x \in [1, 2)$ .....1p

$[x] = \frac{1}{7}$  fals.....1p

**2. Într-o progresie aritmetică  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ , se cunosc termenii  $a_m = n$  și  $a_n = m$  unde  $m \neq n$ . Să se determine  $a_p$ .**

**Soluție:**

$a_m = a_1 + (m - 1)r = n$ .....1p

$a_n = a_1 + (n - 1)r = m$ .....1p

Rezolvând sistemul format cu cele două relații se obține  $r = -1$ .....2p

$a_1 = m + n - 1$ .....1p

Atunci  $a_p = a_1 + (p - 1)r = m + n - 1 + (p - 1)(-1) = m + n - p$ .....2p

**3. Într-un pahar cu lapte se găsesc 25 bacterii. În condiții optime, fiecare bacterie se divide la 15 minute. Datorită unor factori nocivi, din fiecare nouă generație sunt distruse 5 bacterii. Câte bacterii se vor găsi în paharul cu lapte după 45 de minute?**

**Soluție:**

După 15 minute în pahar se vor găsi 45 bacterii.....2p

După 30 minute în pahar se vor găsi 85 bacterii.....2p

După 45 minute în pahar se vor găsi 165 bacterii.....3p

**4. În triunghiul echilateral ABC se consideră punctele  $M \in (AB)$ ,  $N \in (BC)$ ,  $P \in (CA)$  astfel încât  $AM = BN = CP$ . Dacă  $G_1, G_2, G_3$  sunt centrele de greutate ale triunghiurilor AMP, BMN, respectiv CNP, să se arate că triunghiurile ABC și  $G_1 G_2 G_3$  au același centru de greutate.**

**Soluție:**

Deoarece triunghiul este echilateral și  $AM = BN = CP$  atunci  $MB = NC = PA$  și putem nota cu  $k$  raportul  $\frac{MA}{MB} = \frac{NB}{NC} = \frac{PC}{PA} = k$ .....1p

Atunci  $\vec{r}_M = \frac{\vec{r}_A + k\vec{r}_B}{1+k}$ ,  $\vec{r}_N = \frac{\vec{r}_B + k\vec{r}_C}{1+k}$ ,  $\vec{r}_P = \frac{\vec{r}_C + k\vec{r}_A}{1+k}$ .....1p

Deci  $\vec{r}_M + \vec{r}_N + \vec{r}_P = \frac{\vec{r}_A + \vec{r}_B + \vec{r}_C + k(\vec{r}_A + \vec{r}_B + \vec{r}_C)}{1+k} = \vec{r}_A + \vec{r}_B + \vec{r}_C$ .....1p

$G_1$  este centrul de greutate al triunghiului AMP, deci  $\vec{r}_{G_1} = \frac{\vec{r}_A + \vec{r}_M + \vec{r}_P}{3}$

$G_2$  este centrul de greutate al triunghiului BMN, deci  $\vec{r}_{G_2} = \frac{\vec{r}_B + \vec{r}_M + \vec{r}_N}{3}$

$G_3$  este centrul de greutate al triunghiului CNP, deci  $\vec{r}_{G_3} = \frac{\vec{r}_C + \vec{r}_N + \vec{r}_P}{3}$ .....1p

$\vec{r}_{G_1} + \vec{r}_{G_2} + \vec{r}_{G_3} = \frac{\vec{r}_A + \vec{r}_B + \vec{r}_C + 2(\vec{r}_M + \vec{r}_N + \vec{r}_P)}{3} = \vec{r}_A + \vec{r}_B + \vec{r}_C$ .....2p

Deci triunghiurile ABC și  $G_1 G_2 G_3$  au același centru de greutate.....1p